ANADOLU UNIVERSITY | GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
AJESI
ANADOLU JOURNAL OF EDUCATIONAL SCIENCES INTERNATIONAL

DOI: 10.18039/ajesi.1806483

Mathematical Communication Competency of Prospective Mathematics Teachers

Ayla ATA BARAN[1]

Date Submitted: *19.10.2025* ***Date Accepted:*** *02.06.2026* ***Type[2]:*** *Research Article*

Abstract

In today's mathematics education, training mathematically literate individuals who acquire fundamental mathematical competencies is regarded as a primary goal. In this context, mathematical communication competency is the key to many fundamental competencies such as reasoning, modeling, and making connections. Research findings clearly demonstrate the role and significance of mathematical communication competency in developing students' conceptual understanding, problem-solving, and reasoning skills, as well as their mathematical literacy performance. Accordingly, the knowledge and skills of in-service and prospective mathematics teachers regarding mathematical language and communication gain particular importance. The purpose of this study was to investigate the mathematical communication competency of prospective mathematics teachers in the process of solving mathematical literacy problems. Thus, the case study method was used. The participants consisted of a total of 10 prospective middle school mathematics teachers who differed in their levels of communication competency. The research data obtained with the Mathematical Communication Competency Level Assessment Form and the Semi-structured Interview Form. The Mathematical Communication Competency Level Assessment Form consisted of mathematical literacy problems which required employing different levels of communication competency. The research data were analyzed qualitatively by considering the levels of mathematical communication competency, whereas deductive analysis was performed on the data collected through semi-structured interviews. As a result of the study, prospective teachers whose communication competency level was relatively low had similar difficulties in solving relatively high-level problems. The main difficulties of these prospective teachers were revealing the purpose of the problem, explaining a mathematical result, and presenting verbal and/or written justification.

Keywords: mathematical communication, mathematical literacy problem, prospective teacher

Cite: Ata-Baran, A. (2026). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterlikleri. *Anadolu Journal of Educational Sciences International, 16*(2), 757-784. https://doi.org/10.18039/ajesi.1806483

CC BY NC SA

[1] Asst. Prof., Eskisehir Osmangazi University, Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education, Türkiye, abaran@ogu.edu.tr, http://orcid.org/0000-0003-0899-0160

[2] This research study was conducted with Research Ethics Committee approval of Eskisehir Osmangazi University, dated 29.11.2023 and issue number 2023-17.

ANADOLU UNIVERSITY | GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
AJESI
ANADOLU JOURNAL OF EDUCATIONAL SCIENCES INTERNATIONAL

DOI: 10.18039/ajesi.1806483

Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel İletişim Yeterlikleri

Ayla ATA BARAN[1]

Gönderim Tarihi: *19.10.2025* ***Kabul Tarihi:*** *02.06.2026* ***Türü[2]:*** *Araştırma Makalesi*

Öz

Günümüz matematik eğitiminde temel matematiksel yeterliklere sahip matematik okuryazarı bireyler yetiştirilmesinin nihai bir amaç olarak benimsendiği söylenebilir. Bu kapsamda matematiksel iletişim yeterliği, akıl yürütme, modelleme ve ilişkilendirme gibi birçok temel yeterliğin anahtarı olarak ön plana çıkmaktadır. Mevcut araştırma sonuçları, matematiksel iletişim yeterliğinin öğrencilerin kavramsal anlama, problem çözme ve muhakeme becerileri ile matematik okuryazarlık performanslarının gelişimindeki rol ve önemini açıkça ortaya koymaktadır. Bu noktada matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının matematiksel dil ve iletişim konularındaki bilgi ve becerileri önem kazanmaktadır. Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık problemleri çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliklerini işe koşma biçimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmada durum çalışması deseni kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını matematiksel iletişim yeterliği düzeyleri bakımından farklılaşan 10 ortaokul matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırma verileri Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu ve Yarı-yapılandırılmış Görüşme Formu kullanılarak elde edilmiştir. Matematiksel iletişim yeterliğinin işe koşulma biçimi bağlamında farklı düzeylerdeki matematik okuryazarlık problemlerini içeren Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kullanılarak elde edilen veriler nicel olarak, görüşme verileri ise nitel olarak ve tümdengelimsel yaklaşım benimsenerek analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, iletişim yeterliği nispeten düşük düzey olan öğretmen adaylarının üst düzey problemlerin çözümünde, iletişim yeterliğini işe koşmada benzer güçlükler yaşadıkları görülmüştür. Bu noktada karşılaşılan temel güçlük ise problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamlarını ve problemin amacını matematiksel dilde açıklamak olmuştur. İletişim yeterliği nispeten üst düzey öğretmen adaylarının ise diğer katılımcılardan farklılaşan iletişimsel eylemleri ile karşılaşılmıştır. Bu katılımcılar problem metnini okuma sürecinde eş zamanlı olarak matematiksel ya da gerçek sonuca ilişkin zihinsel bir model oluşturma ve matematiksel düşünme biçimlerini yansıtacak şekilde yazılı ve sözlü açıklama sunma eylemlerini sergileyebilmişlerdir.

Anahtar kelimeler: matematiksel iletişim, matematik okuryazarlık problemi, öğretmen adayı

Atıf: Ata-Baran, A. (2026). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterlikleri. *Anadolu Journal of Educational Sciences International, 16*(2), 757-784. https://doi.org/10.18039/ajesi.1806483

[1] Dr. Öğr. Üyesi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Türkiye, abaran@ogu.edu.tr, http://orcid.org/0000-0003-0899-0160

[2] Bu çalışma Eskişehir Osmangazi Üniversitesi'nin 29.11.2023 tarih ve 2023-17 sayılı Etik Kurul Onayı alınarak gerçekleştirilmiştir.

Giriş

Günümüz dijital çağında, öğrencilerin gelecekte karşılaşabilecekleri karmaşık problem durumlarını çözebilecek bilgi ve becerilerle donatılması eğitimin temel hedefleri arasında yer almaktadır. Bu doğrultuda birçok ülke, eğitim politikalarında bilgi ediniminin ötesinde yeterlik temelli bir yaklaşımı benimsemiş ve matematik eğitimi özelinde matematikte yeterli olmanın ifade ettiği anlam ve temel matematiksel yeterlikler üzerinde çalışmalar yürütmüştür. Uluslararası platformlarda başarısını açıkça sergilemiş olan Avustralya, Çin, Danimarka gibi ülkelerin matematik dersi öğretim programlarına da bu yaklaşım entegre edilmiş ve matematik eğitiminin nihai amacı temel matematiksel yeterliklere sahip matematik okuryazarı bireyler yetiştirilmesi olarak ifade edilmiştir (Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2025). Bununla birlikte, Chen vd. (2021) akıl yürütme, modelleme ve ilişkilendirme gibi matematiksel yeterlikler arasında matematiksel iletişimin birçok temel yeterliğin anahtarı olarak önemini vurgulamıştır.

Matematiksel iletişim yeterliği birçok ülkede müfredat standartlarında temel bir gereklilik olarak yer almaktadır (örn., Ministry of Education of the People's Republic of China, 2022; Ontario Ministry of Education, 2020). Matematiksel iletişim yeterliğinin temel göstergelerinin odağını en genel anlamda matematiksel iletişimin katılımcısı olan bireylerin matematiksel fikirlerini açık ve net bir şekilde ortaya koyabilme ve aynı zamanda diğer bireylerin matematiksel ifadelerindeki kasıtları doğru bir şekilde anlayabilme durumları oluşturmaktadır. Örneğin, Çin'deki Zorunlu Eğitim Matematik Müfredat Standartları (Chinese Ministry of Education, 2022) kapsamında öğrencilerden problemlerin çözüm sürecini ve sonuçlarını yazılı ve sözlü olarak açıklamaları, diğer bireylerin matematiksel fikirlerini analiz etmeleri ve değerlendirmeleri beklenmektedir. Diğer yandan Singapur, ağırlıklı değerlendirme alanı matematik okuryazarlığı olan en güncel değerlendirme olarak Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment -[PISA]) 2022 uygulamasında matematik başarısı bağlamında 81 katılımcı ülke arasında ilk sırada yer almıştır. Singapur'un matematik dersi öğretim programlarında matematiksel iletişimin matematiksel fikirleri açık ve net bir şekilde ifade etmek için matematiksel dili kullanma becerisi olarak ifade edildiği görülmektedir (Singapore Ministry of Education, 2019). Ülkemizde ortaokul düzeyinde 2013-2018 ve 2018-2024 yılları arasında uygulanmış ortaokul matematik dersi öğretim programlarında matematiğin evrensel bir dil olmasına ve öğrencilerin bu dili kullanma ihtiyacı hissetmelerinin gerekliliğine işaret edilerek matematiksel dilde iletişimin matematik hakkında yazma, okuma, konuşma ve dinleme becerilerinden oluştuğu belirtilmektedir. Yine, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklayabileceği ve tartışabileceği öğrenme ortamlarının oluşturulması önemle vurgulanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). 2024 yılında güncellenen ortaokul matematik dersi öğretim programına bakıldığında ise matematiksel iletişimin matematiksel temsil becerisi kapsamında ve temsiller aracılığı ile matematiksel iletişim kurabilme şeklinde ele alındığı görülmektedir (MEB, 2024).

Matematiksel iletişim yeterliği bir problem durumunun anlamlandırılması ve problemin çözüm sürecine ilişkin hesaplama, açıklama ya da gerekçelendirmelerin yazılı ve sözlü olarak sunulması süreçlerinde aktif bir şekilde işe koşulmaktadır (OECD, 2019). Matematiksel iletişim üzerine gerçekleştirilen çok sayıda araştırma matematiksel iletişim yeterliğinin öğrencilerin kavramsal anlama, problem çözme ve muhakeme becerileri ile matematik okuryazarlık performanslarının gelişimindeki rol ve önemini ortaya koymaktadır (örn. Ata-Baran, 2023; Hirschfeld-Cotton, 2008; Rohid ve diğerleri, 2019). Bu noktada matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel fikirlerini ve matematiksel düşünme

süreçlerini sözlü ve yazılı olarak açıkça ifade edebilecekleri ve bu fikirler üzerinden matematiksel tartışma süreçlerini yürütebilecekleri öğrenme ortamları tasarlayabilmeleri temel bir gereklilik olmaktadır (Smith ve Stein, 2011). Danimarkalı matematik eğitimcileri tarafından geliştirilen Yeterlikler ve Matematik Öğrenme (Kompetencer og matematiklæring [KOM]) çerçevesinde matematik disiplini özelinde tanımlanan öğretmen yeterliklerine ilişkin olarak, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel alan becerilerinin (muhakeme, temsil, iletişim gibi) gelişimini destekleyebilecek bilgi ve becerilere sahip olmaları gerekliliği vurgulanmaktadır. Bu kapsamda, çok daha fazlasının gerekli olduğu belirtilerek, bir matematik öğretmenin kendisinin de söz konusu becerilere, en azından öğretim yaptığı eğitim düzeyine uygun bir seviyede sahip olmasının önemine değinilmektedir (Niss ve Jankvist, 2022). Yine, OECD tarafından geliştirilen Öğretim Pusulası, öğretmenlerin her öğrencinin kendi öğrenme pusulasını geliştirmesine destek olmak için ihtiyaç duydukları yetkinliklere yönelik benzer bir çerçeve sunmaktadır. Bu kapsamda, öğrencilerin geleceğin belirsiz problemlerini çözebilmelerinde temel yeterlik gelişimlerine yönelik öğrenme ortamı tasarımlarının önemi vurgulanmaktadır (OECD, 2025). Buna bağlı olarak, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının bu konudaki bilgileri ve matematiksel iletişim yeterlikleri önem kazanmaktadır. Ancak, ilgili alan yazında matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliklerinin incelenmesine yönelik oldukça sınırlı sayıda araştırmaya rastlanmaktadır (örn., Kıymaz ve diğerleri, 2019; Sulistyawati ve Radite, 2024; Zahri ve diğerleri, 2021). Bu çalışmalardan Zahri vd. (2021) öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme sürecinde matematiksel iletişim düzeylerini ve karakteristiklerini analiz etmiştir. Araştırma sonucunda matematiksel iletişimi üst düzey olan öğretmen adaylarının olgu, kavram, prosedür, işlem ve ilkeleri doğru, eksiksiz, akıcı ve sistematik bir biçimde açıklayabildikleri görülmüştür. Bununla birlikte, matematiksel iletişimi orta düzeyde olan öğretmen adayları belirtilen unsurları doğru, akıcı ve sistematik bir şekilde açıklayabilirken, düşük düzeyde olanlar ise doğru bir şekilde açıklayabilmiştir. Kıymaz vd. (2019) tarafından yürütülen bir başka araştırmada öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerileri incelenmiştir. Araştırmada öğretmen adaylarının matematiksel fikirlerin gerekçelendirilmesi, gerekçelendirme için yapılan açıklamalarda kullanılan matematiksel temsiller, matematiksel tanımları anlama ve sembolik ifade kullanma düzeylerine odaklanılmıştır. Araştırma sonucunda, katılımcı öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliği düzeylerinin düşük olduğu ve adayların matematiksel gerçeklere ilişkin yazılı açıklamalarının çoğunlukla yetersiz ve matematiksel dil kullanımı bağlamında hatalı olduğu görülmüştür.

Matematiksel iletişimin matematik okuryazarlığı ve gerçek yaşam problemlerinin çözümündeki önemi ile bu temel yeterliğin erken dönemlerden itibaren desteklenmesinde matematik öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin rolü göz önünde bulundurulduğunda, öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliklerinin kapsamlı olarak incelenmesi önemli görülmektedir. Bununla birlikte, ilgili alan yazın nicel türdeki araştırmaların varlığı ile ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerindeki iletişimsel eylemlerine ilişkin mevcut boşluğu açıkça yansıtır niteliktedir. Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık problemleri çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliklerini işe koşma biçimlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Alan yazında matematiksel iletişim yeterliğinin farklı matematiksel süreçlerde nasıl biçimlendiğine ilişkin çalışmalar sınırlı kalmaktadır. Özel olarak matematik okuryazarlık problemleri bağlamında öğretmen adaylarının formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme süreçlerinde matematiksel iletişim yeterliğini nasıl işe koştuklarına ilişkin kapsamlı incelemelere yeterince yer verilmediği görülmektedir. Bu bağlamda, mevcut araştırma öğretmen adaylarının formüle etme, yürütme,

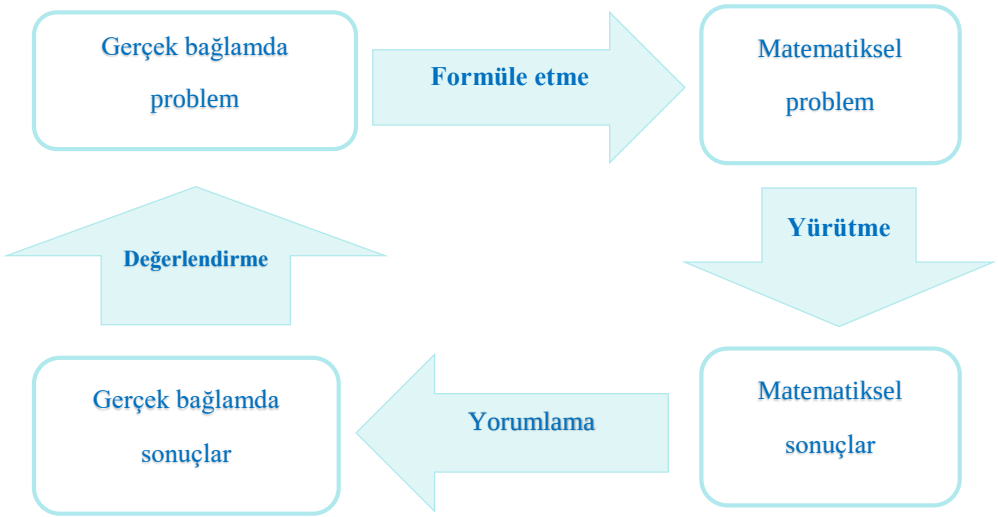
yorumlama ve değerlendirme süreçlerinde matematiksel iletişim yeterliğini işe koşma biçimlerinin nasıl farklılaştığını ayrıntılı olarak ortaya koyması açısından alan yazına katkı sağlamaktadır. Bununla birlikte, araştırma sonuçları, matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliklerinin desteklenmesinde yönlendirici rol oynamaktadır. Araştırma kapsamında yanıtı aranan soru "Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık problemleri çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliğini işe koşma biçimleri nasıldır?" şeklindedir.

Kavramsal Çerçeve

Bu araştırmanın kavramsal çerçevesi Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment -[PISA]) matematik okuryazarlığı çerçevesi olarak benimsenmiştir (Şekil 1). PISA uluslararası değerlendirmesi zorunlu eğitimini tamamlamış 15 yaş grubu öğrencilerinin matematik, fen, okuma ve yabancı dil alanlarındaki okuryazarlık kapasitelerinin incelenmesine yönelik olarak Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü (Organization for Economic Co-operation and Development–[OECD]) tarafından üçer yıllık periyotlarla yürütülmektedir. Bu değerlendirmeden elde edilen sonuçlar, katılımcı ülkelere eğitim sistemlerinin değerlendirilmesi ve revizyon çalışmaları yürütülmesi bağlamında bilgi verici rol oynamaktadır.

Şekil 1

PISA Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesi (OECD, 2019)



PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde farklı bağlamlardaki (bireysel, mesleki, toplumsal ve bilimsel) gerçek yaşam problemlerinin çözümünde formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme döngüsel süreçlerinin yürütülmesi beklenmekte olup bu süreçlerde işe koşulması beklenen temel matematiksel yeterliklere vurgu yapılmaktadır. Söz konusu temel matematiksel yeterliklerden biri ise matematiksel iletişim olarak ele alınmaktadır. Matematiksel iletişim "Öğrencilerin matematiksel problem durumlarını anlamlandırma ve çözüm sürecine ilişkin açıklama ve gerekçelendirmelerini açık bir şekilde ifade edebilmeleri süreci" (OECD, 2019, s. 80) şeklinde tanımlanmaktadır. Bununla birlikte, ilgili çerçevede matematiksel iletişim yeterliğinin alıcı ve anlatımcı bileşenlerinden söz edilmektedir. Bu kapsamda, alıcı bileşen problem metninin uzunluğu, anlaşılabilirliği, metinde geçen bilgiye

aşinalık, bilginin sunuluş sırası ve düşünme süreçleriyle olan uyumluluk ile ilişkili iken; anlatımcı bileşen çözümün aşamalı olarak verilmesi, mantıksal süreçler ve çözüme ait gerekçe sunulma biçimi ile ilişkilidir (OECD, 2019). Diğer yandan, Turner, Blum ve Niss (2015), matematik okuryazarlık problemlerinin çözüm sürecinde matematiksel iletişim yeterliğinin ne derece işe koşulması gerektiğinin incelenmesi amacıyla bir puanlama anahtarı geliştirmiştir. Bu kapsamda araştırmacılar 0-3 arasında değişen düzeyler tanımlamıştır. Hiyerarşik bir yapıya sahip olan matematiksel iletişim düzeyleri Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1

Matematiksel İletişim Yeterliği Düzeyleri (Turner, Blum ve Niss, 2015, s.111)

Düzey 0: İletişimin alıcı bileşeni bakımından bu düzeyde problem durumundaki tüm bilgiler doğrudan matematiksel görevle alakalıdır ve bilginin sunuluş sırası, görevde ne sorulduğunu anlamak için gereken düşünme süreci aşamaları ile uyumludur. Bu düzeydeki bir öğrenci problem bağlamındaki matematiksel kavramla ilgili kısa cümleleri veya ifadeleri anlayabilir. Anlatımcı bileşen ise yalnızca tek bir sözcük/sayısal sonucun sunulmasını kapsamaktadır.
Düzey 1: Bu düzeyde alıcı iletişim bileşeni bakımından problem durumundaki bilgiler kısa cümleler veya ifadelerden daha karmaşık ve kapsamlıdır. Ayrıca problem metninde çözüm sürecinde kullanılmayacak bazı fazla bilgiler mevcut olabilir. Bu düzeydeki bir öğrenci sunulan bilgileri ve ilgili temsilleri tanımlayabilir ve birbirleriyle ilişkilendirebilir. İletişimin anlatımcı bileşeni ise kısa bir açıklama veya hesaplama yazmayı veya belirli bir sayı aralığı ile sayı dizindeki değerleri açıklamayı kapsamaktadır.
Düzey 2: İletişimin alıcı bileşeni bakımından bu düzeyde matematiksel görev, birbirleriyle ilişkilendirilmesi gereken birden fazla bileşen içermektedir. Bu düzeydeki bir öğrenci söz konusu bileşenleri belirleyebilir ve aralarındaki ilişkiyi tanımlayabilir. Anlatımcı iletişim bileşeni ise kısa ve öz bir betimleme veya açıklama yapmayı veya bir dizi hesaplama aşamasını sunmayı kapsamaktadır.
Düzey 3: Alıcı iletişim bileşeni bakımından bu düzeyde matematiksel görev, mantıksal olarak karmaşık ilişkiler (koşullu veya iç içe geçmiş ifadeler gibi) içeren birden fazla bileşenden oluşmaktadır. Bu düzeydeki bir öğrenci söz konusu bileşenleri belirleyebilir, aralarındaki ilişkileri anlamlandırabilir. Anlatımcı iletişim bileşeni ise problem veya çözümün birden fazla ögesinin ilişkilendirildiği matematiksel kanıt sunmayı kapsamaktadır.

Tablo 1'e göre bir problemin matematiksel iletişim düzeyinin artması o problemin çözümünde hem alıcı hem de anlatımcı bileşenin ortak bir şekilde ve giderek artan karmaşıklık düzeyinde işe koşulmasını gerektirmektedir (Ata-Baran, 2019). Bu araştırmada katılımcı seçim sürecinde kullanılan ölçme aracını oluşturan problemler, iletişim yeterliği düzeyleri (Tablo 1) bakımından farklılaşan PISA matematik okuryazarlık problemlerinden oluşmaktadır. Bununla birlikte, katılımcıların söz konusu problemleri çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliğini nasıl işe koştuklarının nitel olarak incelenmesi, bu yeterliğin matematik okuryazarlığı döngüsel süreçlerinde (Şekil 1) gözlemlenmesi beklenen eylemler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu eylemler hakkında ayrıntılı bilgi Veri Analizi ve Geçerlik başlığı altında sunulmaktadır.

Yöntem

Araştırma Deseni

Araştırma deseni, ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık problemlerinin çözüm sürecinde matematiksel iletişim yeterliklerini işe koşma biçimlerinin incelenmesi amacı doğrultusunda durum çalışması olarak belirlenmiştir. Durum çalışması özel bir olgunun veya katılımcının kendi gerçek yaşam bağlamında ayrıntılı olarak incelenerek, neden ve nasıl sorularına cevap veren bir yöntemdir (Yin, 2018). Bu çalışmada araştırılan olgu

ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterlikleri, analiz birimi ise problem çözme sırasında gözlemlenen iletişimsel eylemler olarak belirlenmiştir. Bununla birlikte, durum çalışması deseni aynı olguyla ilgili bir (tek durum çalışması) veya birden fazla durumu (çoklu durum çalışması) içerebilir (Creswell, 2009). Bu araştırmada, tüm katılımcıların problem çözme sürecindeki iletişimsel eylemleri bütüncül bir bakış açısıyla değerlendirildiğinden tek durum çalışması deseni kullanılmıştır.

Katılımcılar

Katılımcı seçim sürecinde ilk olarak araştırmacı tarafından son sınıf düzeyinde seçmeli bir ders olarak yürütülen Matematik Sınıflarında İletişim dersini başarıyla tamamlamış 30 ortaokul matematik öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Söz konusu dersin temel öğrenme çıktıları arasında öğretmen adaylarının temel bir yeterlik olarak matematiksel iletişim, problem çözme ve matematiksel iletişim konularında bilgi sahibi olmaları, matematiksel iletişim yeterliğinin işe koşulma biçimine ilişkin problem analizleri yapabilmeleri ve farklı sınıf düzeylerindeki öğrenenlerin matematiksel iletişim yeterliklerinin desteklenmesine yönelik öğrenme ortamları tasarlayabilmeleri yer almaktadır. Söz konusu 30 öğretmen adayına araştırmacı tarafından hazırlanan Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu uygulanmıştır. Form içeriğinin oluşturulması sürecinde, ağırlıklı değerlendirme alanı matematik okuryazarlığı olarak belirlenen PISA 2012 değerlendirmesinde kullanılan matematik okuryazarlık problemlerinin (toplam 26 problem) matematiksel iletişim yeterliği düzeyi araştırmacı ve bir alan eğitimcisi tarafından bağımsız olarak belirlenmiştir. Ardından araştırmacıların belirledikleri düzeylere ilişkin güvenirlik çalışması yürütülmüş ve Cohen's Kappa katsayısı hesaplanmıştır. Elde edilen değer ($\kappa = 0.81$) puanlayıcılar arasında oldukça iyi düzeyde uyum olduğunu göstermiştir (Bıkmaz-Bilgen ve Doğan, 2017). Bu bağlamda, form içeriğinde matematiksel iletişim yeterliği düzey 0 ve düzey 3 arasında farklılaşan problemler yer almıştır. Toplam yedi adet matematik okuryazarlık probleminden oluşan form içeriğine ilişkin detaylı bilgi Tablo 2'de sunulmaktadır.

Tablo 2

Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu içeriği

No	Problem	Problem amacı	Süreç	İletişim yeterliği düzeyi
1	Hangi Araba?	Finansal bir bağlamda belirlenmiş dört sayısal koşulu/ifadeyi karşılayan bir değer seçimi	Yorumlama	0
2	Fuji Dağı Tırmanışı	Belirli bir zaman dilimi ve toplam kişi sayısı göz önünde bulundurularak günlük kişi sayısının belirlenmesi	Formüle etme	1
3	Fuji Dağı Tırmanışı	İki farklı hız, toplam kat edilecek mesafe ve bitiş zamanı verilerek bir yolculuk için başlangıç saatinin hesaplanması	Formüle etme	2
4	Fuji Dağı Tırmanışı	Kilometre cinsinden verilen bir uzunluğu belirli bir sayıya bölme ve bölümü santimetre cinsinden ifade etme	Yürütme	1
5	Yürüyüş	Bir kişinin yürüyüş hızının hesaplanması	Formüle etme	3

Tablo 2

Devamı

No	Problem	Problem amacı	Süreç	İletişim yeterliği düzeyi
6	Döner Kapı	Bir gerçek yaşam durumunun geometrik modelinin yorumlanarak bir yay uzunluğunun hesaplanması	Formüle etme	3
7	Paraşütlü Gemiler	Yatırım tasarrufları ve yakıt tüketimi ile ilgili bir gerçek yaşam durumunun çözümü	Formüle etme	2

Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kullanılarak elde edilen veriler nicel olarak analiz edilmiştir. Öğretmen adayları doğru yanıtladıkları matematik okuryazarlık problemlerinin iletişim yeterliği düzeyine bağlı olarak gruplandırılmıştır. Analizler sonucunda düzey 1 grubu, testteki düzey 0 ve düzey 1 problemlerini doğru yanıtlayan adaylardan; düzey 2 grubu ise testteki düzey 0, düzey 1 ve düzey 2 problemlerini doğru yanıtlayan adaylardan oluşmuştur. Düzey 3 grubunda yer alan öğretmen adayları testteki tüm problemleri doğru bir şekilde çözebilmişlerdir. Düzey 1, düzey 2 ve düzey 3 gruplarına dahil olmamakla birlikte testteki sorulardan bazılarını doğru yanıtlayan katılımcıların varlığı nedeniyle ‘ağırlıklı düzey’ kategorileri belirlenmiştir. Yani, ağırlıklı düzey-1, ağırlıklı düzey-2 ve ağırlıklı düzey-3 grupları katılımcıların doğru yanıtlayabildikleri iletişim yeterliği en üst düzey olan problem durumuna bağlı olarak oluşturulmuştur. 30 öğretmen adayının söz konusu gruplara dağılımının belirlenmesinin ardından esas katılımcılar belirlenmiştir. Bu kapsamda ölçüt örnekleme yöntemi benimsenmiş ve söz konusu her bir grubu temsil eden en az bir katılımcının seçilmesi ölçüt olarak belirlenmiştir. Bununla birlikte, gönüllülük esas alınmış ve araştırmanın esas katılımcıları 10 ortaokul matematik öğretmen adayından oluşmuştur. Katılımcı öğretmen adaylarının takma isimleri ile iletişim yeterliği düzeylerine ilişkin detaylı bilgi Tablo 3’te sunulmaktadır.

Tablo 3

Araştırmanın Katılımcıları

Takma isim	İletişim yeterliği düzeyi	Doğru yanıtlanan problem numarası
Buket	Ağırlıklı düzey-1	1, 2
Defne Bilge	Ağırlıklı düzey-2	1, 2, 3, 4
Naz Fırat Ceren	Ağırlıklı düzey-3	1, 2, 3, 4, 5, 7
Beren	Düzey 1	1, 2, 4
Tuba Merve	Düzey 2	1, 2, 3, 4, 7
Hakan	Düzey 3	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Veri Toplama Araçları

Araştırma verilerinin toplanması sürecinde katılımcı öğretmen adayları ile bire-bir ve yüz yüze yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilerek matematik okuryazarlık problemlerinin çözüm sürecinde matematiksel iletişim yeterliğini işe koşma biçimlerinin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Katılımcılara Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kapsamını oluşturan problemlere ilişkin yazılı çözümleri üzerinden ve matematiksel iletişim yeterliklerini nasıl işe koştuklarını açığa çıkarmaya yönelik sorular yönlendirilmiştir. Yarı-yapılandırılmış görüşmelere ilişkin örnek sorular Tablo 4'te sunulmaktadır.

Tablo 4

Yarı-yapılandırılmış Görüşme Soru Örnekleri

- Problem durumundan ne anladın?
- Problem metnindeki "…" ifadesinden ne anladın?
- Problemdeki görselin anlamını açıklar mısın?
- Problemi nasıl çözdüğünü açıklar mısın?
- Ulaştığın matematiksel sonucun anlamını açıklar mısın?

Yarı-yapılandırılmış görüşmeler yaklaşık olarak 30 dakika sürmüş ve her bir görüşme ses kayıt cihazı kullanılarak kayıt altına alınmıştır.

Veri Analizi ve Geçerlik

Yarı-yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler nitel olarak ve tümdengelimsel yaklaşıma dayalı olarak analiz edilmiştir (Patton, 2002). Bu kapsamda, matematik okuryazarlık problemlerinin ilişkili olduğu matematiksel süreçler (formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme) ve bu süreçlerde matematiksel iletişim yeterliğinin işe koşulma biçimi göz önünde bulundurulmuştur. Matematiksel iletişim yeterliğinin formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme süreçlerinde işe koşulma biçimi Tablo 5'te sunulmaktadır.

Tablo 5

Matematiksel İletişim Yeterliği ile Matematiksel Süreçler Arasındaki İlişki (OECD, 2019)

Süreçler	Formüle etme	Yürütme	Yorumlama ve değerlendirme
Matematiksel iletişim	Okuma, kodlama, ifadeleri, soruları, görevleri, nesneleri ya da görselleri zihinsel bir model oluşturmak için anlamlandırma	Çözüme ulaşmak için yapılan çalışmaları gösterme, çözümü anlatma, özetleme ya da ön sonuçları sunma	Problem bağlamında sonucu açıklama, gerekçelendirme

Veri analiz sürecinin güvenirliğini sağlamak amacıyla araştırmacı, matematik eğitiminde doktora eğitimini tamamlamış bir uzman ile çalışmıştır. Bu kapsamda araştırmacı ve alan

uzmanı, katılımcı öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliğini işe koşma biçimlerini, görüşmelere ilişkin yazılı dökümler üzerinden ve problemlerin ilişkili olduğu süreçler ile Tablo 5'te sunulan ilişkiyi gözeterek birbirlerinden bağımsız bir şekilde incelemiştir. Bağımsız incelemelerin ardından araştırmacı ve alan uzmanı bir araya gelerek incelemelerini karşılaştırmalı olarak ele almış, farklılık gösteren durumlara ilişkin olarak ilgili görüşme kesitleri tekrar incelenerek ve Tablo 5'teki açıklamalara bağlı olarak tartışma yürütülmüştür. Bu tartışmalar sonucunda ulaşılan benzer bulgular analizlerin tutarlı ve güvenilir olduğunu göstermiştir.

Etik Konular

Bu araştırma, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Sosyal ve Beşeri Bilimler kurulunun 29/11/2023 tarihli ve 2023-17 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür. Katılımcıların tamamı araştırmaya gönüllü olarak katılım sağlamışlardır. Ayrıca, katılımlarının gönüllülük esasına dayalı olduğu ve diledikleri zaman çalışmadan ayrılabilecekleri bilgilerini içeren bir onam mektubu paylaşılmıştır.

Bulgular

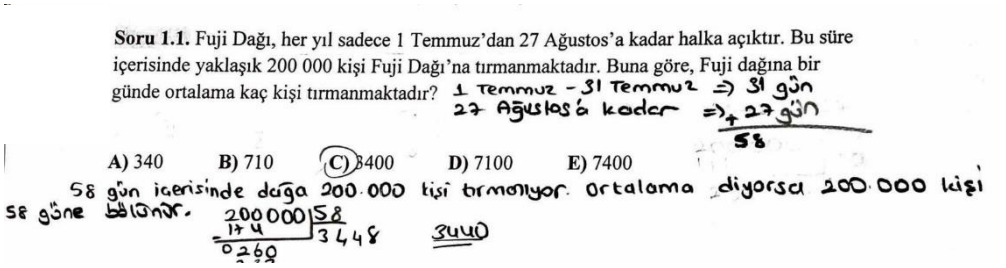
Bu bölümde katılımcı öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliklerine ilişkin bulgular, belirlenen düzeylerine göre alt başlıklar halinde sunulmuştur.

Düzey 1 ve Ağırlıklı Düzey-1 Grubu Katılımcıların Matematiksel İletişim Yeterliklerine İlişkin Bulgular

PISA matematik okuryazarlık problemlerinin çözümünde matematiksel iletişim yeterliğini işe koşma biçimlerine ilişkin analizler sonucunda, iletişim yeterliği düzey 1 (Beren) ve ağırlıklı düzey-1 (Buket) olan katılımcıların Hangi Araba? problemini ve Fuji Dağı Tırmanışı probleminin birinci soru maddesini doğru yanıtladıkları görülmüştür. Bu katılımcılardan Beren, Fuji Dağı Tırmanışı probleminin üçüncü soru maddesini de doğru yanıtlayabilmiştir. Bu durum katılımcıların, problem durumundaki tüm bilgilerin doğrudan matematiksel görevle alakalı olduğu, bilginin sunuluş sırasının görevde ne sorulduğunu anlamak için gereken düşünme süreci aşamaları ile uyumlu olduğu ve çözüm olarak kısa bir açıklama ya da hesaplama yazmayı gerektiren problem durumlarında başarılı olduklarını göstermiştir. Nitekim bu katılımcılar problem metnindeki ifadelere odaklanma, problem metnindeki ifadelerden çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgiyi seçme ve problem metninde sunulmayan ancak çözüm için gerekli dışsal bilgiyi kullanma şeklindeki iletişimsel eylemleri açıkça sergilemişlerdir. Örneğin, Fuji Dağı Tırmanışı probleminin birinci soru maddesinin ilişkili olduğu süreç formüle etme ve iletişim yeterliği düzey 1 olarak belirlenmiştir. Bu problemin amacı belirli bir sürede dağa tırmanan toplam kişi sayısı ile dağın tırmanış için halka açık olduğu gün sayısı şeklindeki iki değişken arasında ilişkilendirme yaparak bir günde dağa tırmanan ortalama kişi sayısının hesaplanmasıdır. Katılımcılar burada dağın tırmanış için açık olduğu toplam gün sayısını 'Temmuz ayı 31 gün sürmektedir' şeklindeki dışsal bilgilerini kullanarak doğru bir şekilde belirleyebilmiştir. Ardından toplam kişi sayısını toplam gün sayısına bölme (200,000:58) yoluna giderek matematiksel sonuca ulaşabilmişlerdir. Örnek olarak, Buket'in bu probleme ilişkin yazılı çözümü Şekil 2'de sunulmaktadır. Ayrıca, Buket'in çözüm sürecine ilişkin açıklamalarını gösteren bir görüşme kesiti aşağıdaki gibidir.

Şekil 2

Buket'in Fuji Dağı Tırmanışı Problemi Birinci Sorusuna İlişkin Yazılı Çözümü



Araştırmacı: Problemden ne anladığını açıklar mısın?

Buket: Fuji Dağı'na 58 günde 200000 kişi tırmanıyorsa bir günde dağa tırmanan kişi sayısı soruluyor.

Araştırmacı: Burada 'ortalama kaç kişi' ifadesini nasıl yorumladın?

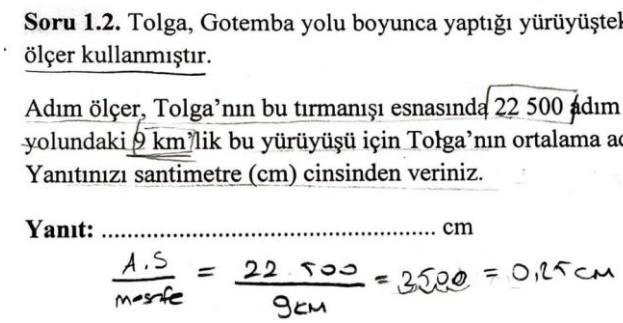
Buket: Sonuç yaklaşık bir değer olarak soruluyor. Ayrıca, problem metninde de '…yaklaşık 200000 kişi' olarak yazılmış.

Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kapsamındaki düzey 1 problemlerinden bir diğeri Fuji Dağı Tırmanışı probleminin üçüncü soru maddesidir. Madde güçlüğü düzey 4 olarak belirlenen ve ilişkili olduğu süreç yürütme olan bu problemin amacı, birim olarak km cinsinden verilen bir uzunluğun belirli bir sayıya bölünmesi ve bölümün cm uzunluk birimi cinsinden ifade edilmesidir. Burada, Beren'in problemin amacını doğru bir şekilde ortaya koyabildiği ve çözüm için gerekli bilgileri kullanabildiği görülmüştür. Nitekim katılımcı, problem metnindeki 'ortalama adım mesafesi' ifadesini görüşme sürecinde 'Tolga'nın bir adımının uzunluğu' şeklinde matematiksel olarak açıklayabilmiştir. Bu doğrultuda, yürüyüş yolunun uzunluğunu adım sayısına bölerek (900,000:22,500) değişkenler arasında kurduğu doğru ilişkilendirmeyi ve bulduğu matematiksel sonucu (40 cm) 'Tolga'nın bir adımının 40 cm uzunluğunda olması' şeklinde açıklayabilmiştir.

Diğer yandan, Buket'in yazılı çözümü incelendiğinde söz konusu değişkenler arasında hatalı bir ilişkilendirme yaptığı ve toplam adım sayısını yürüyüş yolunun uzunluğuna bölerek (22,500:9) Tolga'nın bir kilometrede attığı toplam adım sayısını hesapladığı görülmüştür (Şekil 3). Nitekim yarı-yapılandırılmış görüşme sürecinde, bulduğu matematiksel sonuç ile 'adım mesafesi' ifadesinin matematiksel anlamlarını açıklaması istenildiğinde, belirtilen durumlar üzerinde yeterince düşünmediğini açıkça ifade etmiş ve buna bağlı olarak problemin amacını ortaya koymakta yaşadığı güçlüğü yansıtmıştır.

Şekil 3

Buket'in Fuji Dağı Tırmanışı Problemi Üçüncü Soru Maddesine İlişkin Yazılı Çözümü



Soru 1.2. Tolga, Gotemba yolu boyunca yaptığı yürüyüşteki adımlarını hesaplamak için adım ölçer kullanmıştır.

Adım ölçer, Tolga'nın bu tırmanışı esnasında 22 500 adım attığını göstermiştir. Gotemba yolundaki 9 km'lik bu yürüyüşü için Tolga'nın ortalama adım mesafesini tahmin ediniz. Yanıtınızı santimetre (cm) cinsinden veriniz.

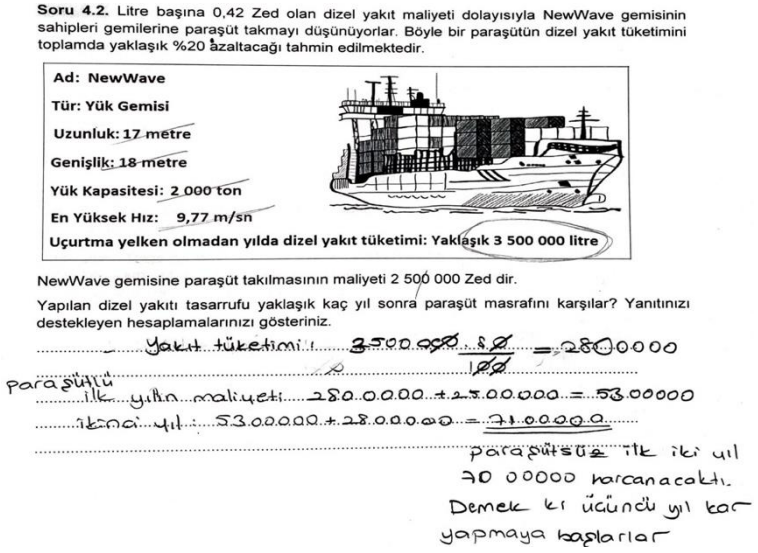
Yanıt: ..... cm

$\frac{1.S}{\text{mesafe}} = \frac{22\,500}{9\text{cm}} = 3500 = 0{,}25\text{cm}$

Düzey 1 ve ağırlıklı düzey-1 kategorisindeki öğretmen adaylarının yazılı çözümleri incelendiğinde, 5 veya 6 güçlük düzeyinde olan ve ilişkili olduğu matematiksel süreç formüle etme olarak belirlenen düzey 2 ve düzey 3 problemlerini yanlış yanıtladıkları ya da yanıtsız bıraktıkları görülmüştür. Yani, bu öğretmen adayları birbiriyle ilişkilendirilmesi gereken birden fazla bileşeni ve aralarındaki ilişkiyi açıklama, problem metnindeki ifadelerin matematiksel anlamları üzerinden problemin amacını ortaya koyma ve çözüm sürecine ilişkin bir betimleme veya açıklama yapma gibi iletişimsel eylemleri sergilemede güçlük yaşamışlardır. Örneğin, düzey 2 problemlerinden Paraşütlü Gemiler problemi bir gemiye paraşüt takılmasına bağlı olarak gerçekleşecek dizel yakıtı tasarrufunun yorumlanmasını gerektirmekte olup Buket'in bu soruyu yanıtsız bıraktığı, Beren'in ise yanlış yanıtladığı görülmüştür (Şekil 4). Görüşme sürecindeki açıklamaları, iki katılımcının da problem metnindeki 'Yapılan yakıt tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar?' ifadesini 'Dizel yakıt tüketiminden her yıl %20 tasarruf edilirse, bu tasarruf miktarı kaç yıl sonra paraşüt masrafına eşit olur?' şeklinde matematiksel olarak anlamlandıramadığını göstermiştir. Bununla birlikte, Beren'in problemin çözümü için gerekli olan ve olmayan sayısal değerleri doğru bir şekilde belirleyebildiği (üzerini çizmesi ya da daire içine alması) ancak üç farklı değişkenin [yakıt maliyeti (zed), yakıt tüketim miktarı (litre) ve paraşüt maliyeti (zed)] ele alındığı ve nispeten uzun bir metne sahip bu problemin amacını ortaya koymakta güçlük yaşadığı görülmüştür.

Şekil 4

Beren'in Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Yazılı Çözümü



Soru 4.2. Litre başına 0,42 Zed olan dizel yakıt maliyeti dolayısıyla NewWave gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt takmayı düşünüyorlar. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: NewWave
Tür: Yük Gemisi
Uzunluk: 17 metre
Genişlik: 18 metre
Yük Kapasitesi: 2 000 ton
En Yüksek Hız: 9,77 m/sn
Uçurtma yelken olmadan yılda dizel yakıt tüketimi: Yaklaşık 3 500 000 litre

NewWave gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 Zed dir.

Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Yakıt tüketimi: 3500000 . 8 = 2800000
100
paraşütlü
ilk yılın maliyeti: 2800000 + 2500000 = 5300000
ikinci yıl: 5300000 + 2800000 = 7100000
paraşütsüz ilk iki yıl
70 00000 harcanacaktı.
Demek ki üçüncü yıl kar
yapmaya başlarlar

Öğretmen adaylarının problem metnindeki ifadeleri matematiksel olarak anlamlandırmakta yaşadıkları güçlüğü yansıtan bir diğer örnek, düzey 2 problemlerinden Fuji Dağı Tırmanışı probleminin ikinci soru maddesi olmuştur. Nitekim her iki katılımcı da bu soruyu yanlış yanıtlamıştır (Şekil 5). Yarı-yapılandırılmış görüşme bulguları öğretmen adaylarının yürüyüş yolunun uzunluğu, yürüyüş hızları ve zaman sınırlaması bileşenleri arasındaki ilişkileri ortaya koyabildiklerini göstermiştir. Ancak bu katılımcılardan Beren problem metnindeki 'Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır' ifadesini hatalı bir şekilde 'Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmalıdır' olarak yorumlarken, Buket ise yürüyüş yolunun uzunluğuna ilişkin 'yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometredir' ifadesini göz ardı etmiştir. Buna bağlı olarak katılımcılar doğru sonucu ortaya koyamamışlardır. Aşağıdaki görüşme kesitinde bu durum açıkça görülmektedir.

Araştırmacı: Problem metnindeki yemek molaları ve dinlenme süreleri ile ilgili cümlenin anlamı hakkında ne düşünüyorsun?

Beren: Bu cümlede yemek molaları ve dinlenme süreleri belirtilmediği için ben kendim belirledim.

Araştırmacı: Biraz daha detaylı açıklayabilir misin?

Beren: Her bir saate karşılık 10 dakika dinlenme süresi ve 40 dakika yemek molası olarak düşündüm. Yolculuğun başlangıç saatine karar verirken bu süreleri dikkate aldım.

Araştırmacı: Yemek molaları ve dinlenme süreleri hakkındaki cümleyi sesli olarak okur musun?

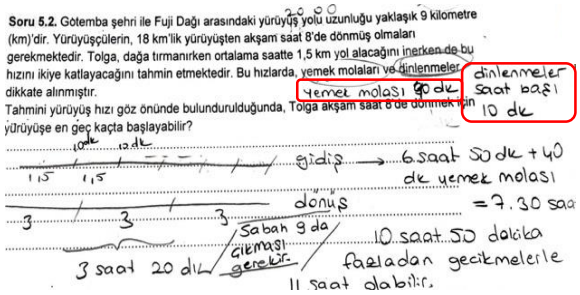
Beren: (okuyor)… (düşünüyor)

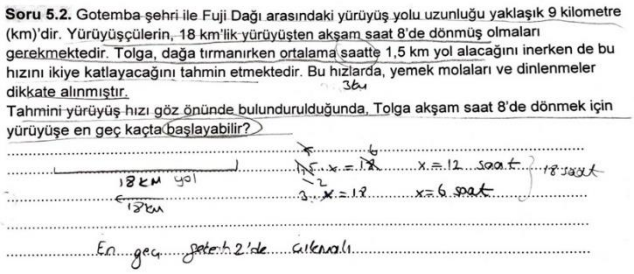
Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Beren: Sanırım bu cümlenin anlamını doğru yorumlayamadım. Fakat ben yine de gecikme ihtimaline karşı fazladan bir yarım saat eklerdim. Yani, saat 10.30 civarı yolculuğa başlamalı.

Şekil 5

Beren'in ve Buket'in Fuji Dağı Tırmanışı Problemi İkinci Sorusuna İlişkin Yazılı Çözümleri





Son olarak, öğretmen adaylarının testteki düzey 3 problemlerini (Yürüyüş ve Döner Kapı) yanıtsız bıraktıkları görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının mantıksal olarak karmaşık ilişkiler içeren birden fazla bileşeni belirleyebilme, aralarındaki ilişkileri anlamlandırabilme ve problemdeki birden fazla ögenin ilişkilendirildiği matematiksel bir kanıt sunma şeklindeki iletişimsel eylemleri sergileyemediklerini göstermiştir. Bu katılımcılar problemlerin amacını doğru bir şekilde ortaya koymakta ve problem durumlarının anlamlandırılmasını desteklemesi amacıyla sunulan görsellerin ifade ettiği anlamı açıklamakta yaşadıkları güçlüğü aşağıdaki gibi açıklamıştır:

> *Buket: Bu problemi (Yürüyüş problemi) oldukça karmaşık buldum. 'Yürüme hızı' ifadesiyle ne kastedildiğini yorumlayamadım. Dolayısıyla, çözüm sürecini ilerletemedim.*
>
> *Beren: Bu problemde (Döner Kapı problem) kafam oldukça karıştı. Görseli de anlamlandıramadım. Sorulan yay uzunluğunu bulmak için ne yapmam gerektiği hakkında hiçbir fikrim yok ki yay uzunluğunun nasıl hesaplandığını da hatırlamıyor olabilirim…*

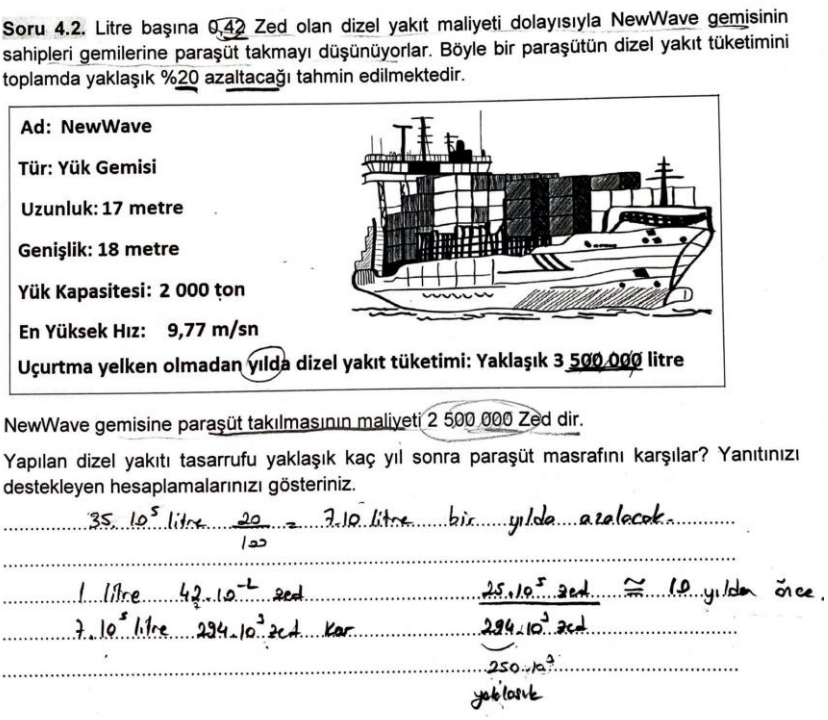
Düzey 2 ve Ağırlıklı Düzey-2 Grubu Katılımcıların Matematiksel İletişim Yeterliklerine İlişkin Bulgular

Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kapsamındaki matematik okuryazarlık problemlerine ilişkin yazılı çözümleri incelendiğinde, iletişim yeterliği düzey 2 olan katılımcıların (Merve ve Tuba) düzey 3 problemleri dışındaki tüm soruları doğru yanıtladıkları; iletişim yeterliği ağırlıklı düzey-2 olan katılımcıların (Defne ve Bilge) ise düzey 3 problemlerinin yanı sıra Paraşütlü Gemiler problemini de doğru yanıtlayamadıkları görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının problem metninde sunulan bilgilerin matematiksel anlamlarını ortaya koyma, birbirleriyle ilişkilerini sözlü ya da yazılı olarak ifade etme, matematik dilinde bir açıklama yapma ve sonuca ilişkin bir argümanı sözlü ya da yazılı olarak sunmada başarılı

olduklarını göstermiştir. Örneğin, düzey 2 problemlerinden Fuji Dağı Tırmanışı problemi ikinci soru maddesinde yürüyüş hızları, yürüyüş yolu uzunluğu ve yürüyüş bitiş süresi verilen bir tırmanışın başlangıç zamanının hesaplanması amaçlanmakta olup problem testte yer alan diğer problemlere kıyasla nispeten uzun bir metne sahiptir. Katılımcıların tamamı problem metnindeki 'tahmini yürüyüş hızları' ifadesini anlamlandırabilmiş, iniş ve çıkış mesafeleri ile iniş ve çıkış hızları arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmiş ve çözüm sürecini aşamalı ve açıklayıcı bir şekilde sunabilmiştir. Problemi özetler nitelikte birtakım notlar yazan ve çözüm sürecini ayrıntılı bir şekilde yazılı olarak sunduğu görülen Tuba'nın çözümü örnek olarak Şekil 6'da sunulmaktadır. Ayrıca katılımcının çözüm sürecine ilişkin olarak nicelikleri vurguladığı ifade kullanımları ile dikkat çeken açıklaması ise şu şekilde olmuştur: "*Gidiş ve geliş süreleri toplam dokuz saat sürüyor ise akşam saat 20.00'de dönmek için Tolga en geç öğleden önce 11'de çıkmalıdır ki burada yemek molaları ve dinlenme sürelerini de işin içine kattığı için saat 11 diyebiliyorum. Eğer onu katmamış olsaydı 11'den daha erken bir saat demek gerekirdi ve yemek molaları ile dinlenme süreleri için varsayımda bulunabilirdik*".

Şekil 6

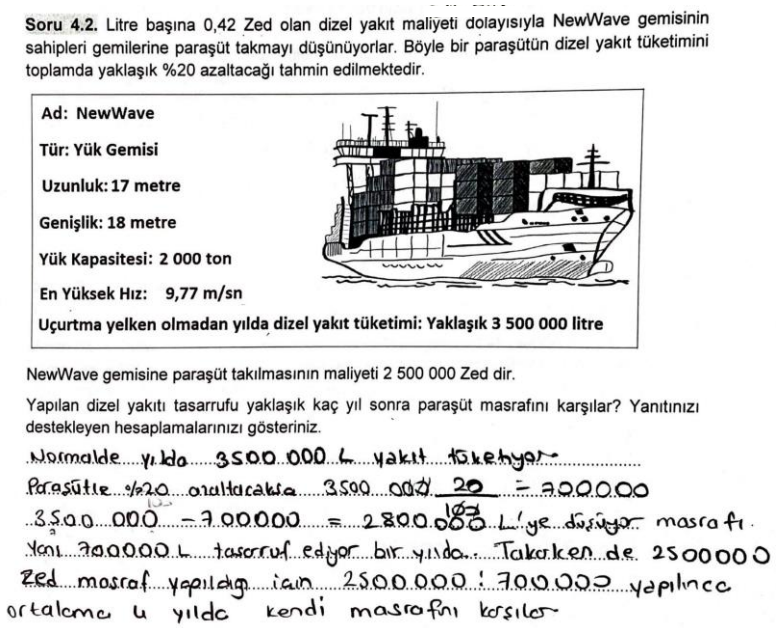
Tuba'nın Fuji Dağı Tırmanışı Problemi İkinci Sorusuna İlişkin Çözümü



Paraşütlü Gemiler problemi testteki düzey 2 sorularından bir diğeri olup 'paraşüt takma maliyeti', 'dizel yakıt maliyeti' ve 'dizel yakıt tüketim miktarı' değişkenlerinin ilişkilendirilmesini ve cebir dilinde anlamlı bir şekilde ifade edilmesini gerektirmektedir. Bununla birlikte, problem metninde sunulan bir tablo içerisinde çözüm sürecinde kullanılmayacak birtakım sayısal değerler mevcut olup problem çözücüden çözüm için gerekli olan ve olmayan bilgileri ayırt edebilmesi beklenmektedir. Burada, Merve ve Tuba problem durumunu "paraşüt takılmasıyla elde edilecek tasarrufun paraşüt takılması masrafını telafi etme süresinin belirlenmesi" şeklinde açıklayabilmiş, söz konusu ilişkilendirmeleri yapabilmiş ve yazılı çözümlerini detaylı bir şekilde sunabilmiştir (Şekil 7).

Şekil 7

Merve'nin Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Yazılı Çözümü



Soru 4.2. Litre başına 0,42 Zed olan dizel yakıt maliyeti dolayısıyla NewWave gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt takmayı düşünüyorlar. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: NewWave
Tür: Yük Gemisi
Uzunluk: 17 metre
Genişlik: 18 metre
Yük Kapasitesi: 2 000 ton
En Yüksek Hız: 9,77 m/sn
Uçurtma yelken olmadan yılda dizel yakıt tüketimi: Yaklaşık 3 500 000 litre

NewWave gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 Zed dir.

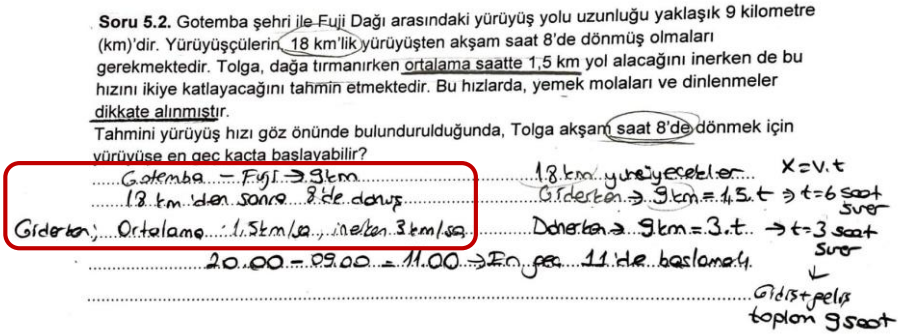
Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Normalde yılda 3500 000 L yakıt tüketiyor.
Paraşütle %20 oranında 3500 000 · 20 / 100 = 700000
3500 000 − 700000 = 2800000 L'ye düşüyor masrafı.
Yani 700000 L tasarruf ediyor bir yılda. Takriben de 2500000 Zed masraf yapıldığı için 2500000 : 700000 yapınca ortalama 4 yılda kendi masrafını karşılar.

Diğer yandan, Defne'nin bu soruyu yanıtsız bıraktığı, Bilge'nin ise 'yakıt tasarrufunun paraşüt masrafını karşılaması' ifadesini doğru yorumlamakla birlikte, matematiksel hesaplama yapma sürecinde ilgili niceliklerin birimlerine yeterince dikkat etmemesine bağlı olarak nicelik karmaşası yaşadığı ve doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür. Bilge'nin yazılı çözümü Şekil 8'de sunulmuş ve ayrıca katılımcı ile gerçekleştirilen görüşmeden bir kesit aşağıda paylaşılmıştır.

Şekil 8

Bilge'nin Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Yazılı Çözümü



Soru 5.2. Gotemba şehri ile Fuji Dağı arasındaki yürüyüş yolu uzunluğu yaklaşık 9 kilometre (km)'dir. Yürüyüşçülerin 18 km'lik yürüyüşten akşam saat 8'de dönmüş olmaları gerekmektedir. Tolga, dağa tırmanırken ortalama saatte 1,5 km yol alacağını inerken de bu hızını ikiye katlayacağını tahmin etmektedir. Bu hızlarda, yemek molaları ve dinlenmeler dikkate alınmıştır.
Tahmini yürüyüş hızı göz önünde bulundurulduğunda, Tolga akşam saat 8'de dönmek için yürüyüse en geç kaçta başlayabilir?

Gotemba – Fuji → 9km
18 km'den sonra 8'de dönüş
Giderken Ortalama 1,5km/sa, inerken 3km/sa
20.00 − 09.00 = 11.00 → En geç 11'de başlamalı

18 km yürüyecekler. X = V.t
Giderken → 9km = 1,5.t → t = 6 saat sürer
Dönerken → 9km = 3.t → t = 3 saat sürer
Gidiş+geliş toplam 9 saat

Araştırmacı: Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın?

Bilge: Paraşüt takılana kadar zaten belirli bir miktar dizel yakıt tüketiliyor. Paraşüt takılmasıyla birlikte yakıt tüketimi %20 azaldığında elde edeceğim kârın ne zaman paraşüt masrafına eşit olacağını soruyor.

Araştırmacı: Peki, çözümüne bakalım. … buradaki bölme işlemini neden yaptın?

Bilge: 2500000 zed'lik maliyeti 700000 zed'lik kâra bölerek masrafın kaç yılda karşılanacağını bulmak için.

Araştırmacı: 700000 zed'i nasıl buldun?

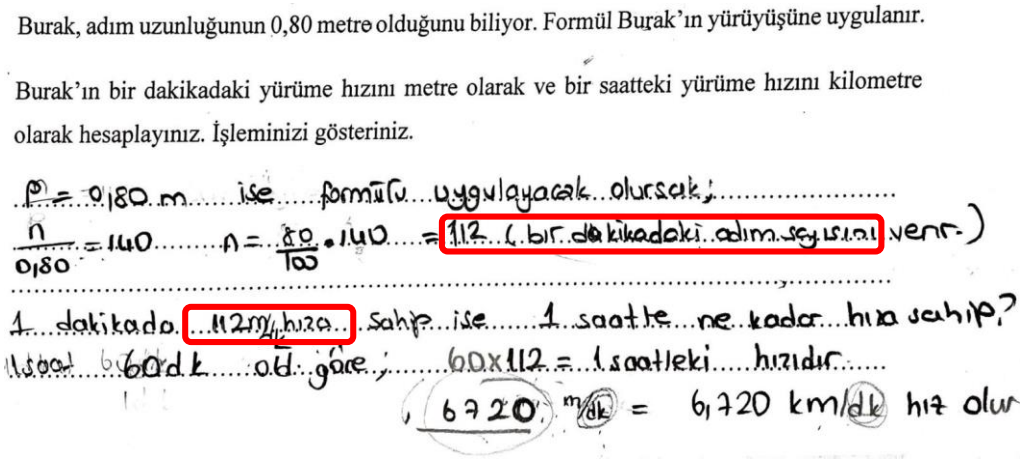
Bilge: (düşünüyor). Litre başına 0,42 zed ile çarpmayı unutmuşum. Çarpma işleminden sonra bulduğum sonuca bölmeliydim. Hata yapmışım…

Madde güçlüğü düzey 6 olarak belirlenen ve ilişkili olduğu süreç formüle etme olan düzey 3 problemlerinden Döner Kapı problemi ağırlıklı bir şekilde muhakeme ve argüman yeterliğinin işe koşulmasını gerektirmektedir. Bu problemi Tuba yanıtsız bırakırken, diğer katılımcılar yanlış yanıtlamıştır. Yazılı çözümleri incelendiğinde, öğretmen adaylarının ortak bir şekilde çevre uzunluğunu üç eşit bölmenin varlığı nedeniyle üçe bölme [(200π)/3] yoluna gittiği görülmüştür. Söz konusu hatalı ilişkilendirme hakkındaki görüşleri ise bu katılımcıların problem metninde sunulan geometrik modeli yorumlama ve hava akımının oluşması durumunu formüle etmekte yaşadıkları güçlüğü yansıtmıştır. Örneğin, Merve yaşadığı güçlüğü şu şekilde ifade etmiştir: *"Açıkçası bu soruyu anlayamadım. Daire ile ilgili bildiklerimi yazdım sadece. 'Hava akımının oluşmaması' ifadesi ile ne kastediliyor, bilmiyorum".*

Döner Kapı problemine benzer şekilde, Yürüyüş problemi de düzey 3 problemlerinden olup madde güçlüğü düzey 6 olarak belirlenen ve formüle etme sürecine ilişkin bir problemdir. Bu probleme ilişkin yazılı çözümleri, Defne'nin 112:60 (bir saniyede atılan toplam adım sayısı), Merve ve Bilge'nin ise 112.60 (bir saatte atılan toplam adım sayısı) şeklinde bir hesaplama yaparak yürüyüş hızını hesaplamaya çalıştığını göstermiştir. Bununla birlikte, yarı-yapılandırılmış görüşmeler sürecinde öğretmen adaylarının yaşadığı temel güçlüğün problem metnindeki 'yürüyüş hızı' ifadesinin matematiksel anlamını belirleyememe ve problemin amacını ortaya koyamamaları olduğu gözlenmiştir. Buna paralel olarak, rastlantısal ilişkilendirmelere bağlı elde ettikleri matematiksel sonuçları açıklamakta yaşadıkları güçlük dikkat çekmiştir. Aşağıda bu durumu yansıtan bir çözüm (Şekil 9) ve görüşme kesiti örnek olarak paylaşılmıştır.

Şekil 9

Merve'nin Yürüyüş Problemine İlişkin Yazılı Çözümü



Araştırmacı: Çözümünde 112 değeri için hem bir dakikadaki adım sayısı hem de hız (m/dk) olarak yazmışsın. Nedenini açıklar mısın?

Merve : İlk olarak formülü uyguladım ve n'yi 112 buldum.

Araştırmacı: n sembolü neyi temsil ediyordu?

Merve: Bir dakikadaki adım sayısını.

Araştırmacı: Bu durumda yürüyüş hızı adım sayısına eşittir mi demek istiyorsun?

Merve: (düşünüyor)

Araştırmacı: 'yürüyüş hızı' ifadesinin anlamı nedir?

Merve: (sessizlik)

Düzey 3 ve Ağırlıklı Düzey-3 Grubu Katılımcıların Matematiksel İletişim Yeterliklerine İlişkin Bulgular

Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kapsamındaki matematik okuryazarlık problemlerine ilişkin yazılı çözümleri incelendiğinde, iletişim yeterliği düzey 3 olan tek katılımcının (Hakan) tüm soruları doğru yanıtladığı; iletişim yeterliği ağırlıklı düzey-3 olan katılımcıların (Naz, Fırat ve Ceren) ise yalnızca Döner Kapı problemini doğru yanıtlayamadıkları görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının mantıksal olarak karmaşık ilişkiler içeren birden fazla bileşeni ve aralarındaki ilişkileri belirleyebilme, problemdeki birden fazla ögenin ilişkilendirildiği matematiksel bir kanıtı yazılı olarak sunma şeklindeki iletişimsel eylemleri sergilemede başarılı olduklarını göstermiştir. Örneğin, madde güçlük düzeyi, düzey 6 olarak belirlenen ve formüle etme sürecine ilişkin Yürüyüş problemi, iletişim yeterliği düzey 3 olan bir problem olup bu dört öğretmen adayı tarafından doğru yanıtlanmıştır. Bu katılımcılar problem metnindeki 'yürüyüş hızı' ifadesi ile kastedilen matematiksel anlamı ortaya koyabilmiş ve adım sayısı ile adım uzunluğu değişkenleri arasında anlamlı bir ilişkilendirme yapabilmiştir. Böylece "Yürüyüş hızı (m/s) = adım sayısı (1 saniyedeki) x adım uzunluğu (m)" ve "Yürüyüş hızı (km/sa) = adım sayısı (1 saatteki) x adım uzunluğu (km)" matematiksel modellerini formüle edebilmişlerdir. Ayrıca katılımcılar çözüm süreçlerine ilişkin ayrıntılı yazılı çözümler sunabilmiş ve bu sürece ilişkin sözlü olarak da açıklama yapabilmişlerdir. Aşağıda Naz'ın yazılı çözümü (Şekil 10) örnek olarak sunulmuş ve katılımcının çözüm sürecine ilişkin açıklamaları paylaşılmıştır.

Araştırmacı: Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın?

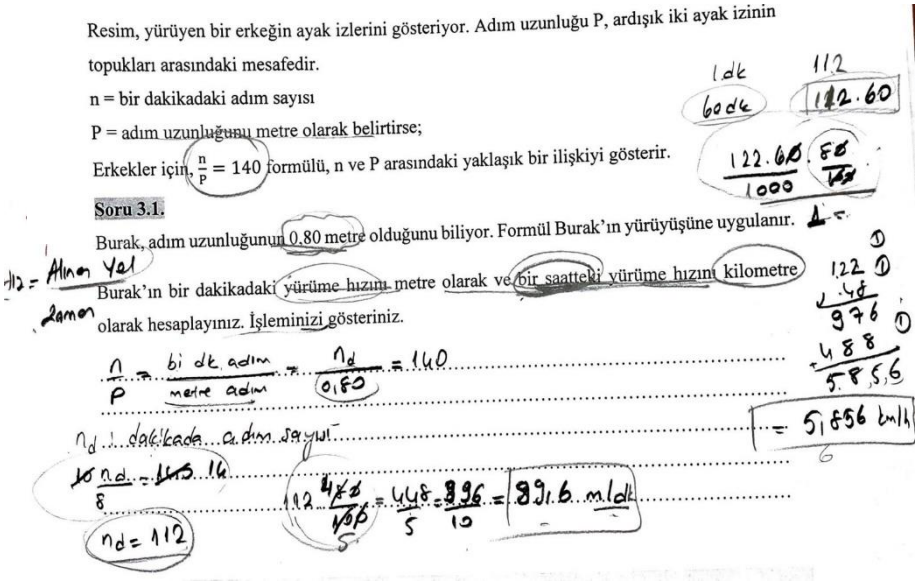
Naz: Problemde bir yürüyüşçünün yürüme hızı soruluyor. Bunu bulabilmek için de adım sayısı ile adım uzunluğunu çarpmam gerektiğini düşündüm.

Araştırmacı: 'Yürüyüş hızı' ifadesi ne anlam ifade ediyor?

Naz: Burada hız kavramının anlamını düşünürsek yürüyüşçünün 1 saniyede kaç metre yol aldığı ya da 1 saatte kaç km yol aldığı anlamına gelir.

Şekil 10

Naz'ın Yürüyüş Problemine İlişkin Yazılı Çözümü


Resim, yürüyen bir erkeğin ayak izlerini gösteriyor. Adım uzunluğu P, ardışık iki ayak izinin topukları arasındaki mesafedir.

n = bir dakikadaki adım sayısı

P = adım uzunluğunu metre olarak belirtirse;

Erkekler için, $\frac{n}{P} = 140$ formülü, n ve P arasındaki yaklaşık bir ilişkiyi gösterir.

Soru 3.1.

Burak, adım uzunluğunun 0,80 metre olduğunu biliyor. Formül Burak'ın yürüyüşüne uygulanır. Burak'ın bir dakikadaki yürüme hızını metre olarak ve bir saatteki yürüme hızını kilometre olarak hesaplayınız. İşleminizi gösteriniz.

Yürüyüş probleminin çözümünde başarılı bir şekilde işe koşabildikleri iletişimsel eylemlere karşın Naz, Ceren ve Fırat, Döner Kapı problemini yanlış yanıtlamışlardır. Yazılı çözümleri incelendiğinde, Naz'ın iletişim yeterliği ağırlıklı düzey-2 katılımcılarına benzer şekilde çevre uzunluğunu üçe bölerek "(200π)/3" sonucuna ulaştığı görülmüştür. Katılımcının söz konusu hatalı ilişkilendirmeleri hakkındaki görüşü *"Soruyu okuduğumda hiç anlamadım. Hava akımını yeterince düşünmeden yalnızca matematiksel verileri kullandım. Soru kökünde neden 'en fazla yay uzunluğu' olarak sorulduğunu da anlayamadım"* şeklinde olmuştur. Diğer yandan, Ceren ve Fırat'ın çevre uzunluğunu dörde bölerek "(200π)/4" sonucuna ulaştıkları görülmüştür. Yarı-yapılandırılmış görüşme sürecindeki açıklamaları bu katılımcıların noktalı yay uzunlukları ile noktalı olmayan yay uzunluklarına ilişkin ifadelere yeterince dikkat etmediklerini ve problemi basitleştirmede yaşadıkları güçlüğü yansıtmıştır. Örneğin, Ceren'in problem durumunun amacına ilişkin hatalı düşüncesini yansıtan açıklaması şu şekilde olmuştur: *"Hava akımının oluşmaması durumunu tüm yay uzunluklarının eşit olması olarak düşündüm. Dolayısıyla çevre uzunluğunu dörde böldüm".* Diğer yandan bu soruyu doğru yanıtladığı görülen Hakan, çözümünün nispeten uzun zaman aldığını düşündüğü bu problemde metni dikkatli bir şekilde okumaya odaklanarak hava akımının oluşması durumunu açıklıklar üzerinden anlamlandırmaya çalıştığını ve bu noktada geometrik modelin kolaylaştırıcı rol oynadığını ifade etmiştir. Dolayısıyla bu katılımcı problem metnindeki sözel ifadeler ile sunulan görsel arasında ilişki kurarak problemin amacını ortaya koyabilmiştir. Bununla birlikte, katılımcının çözüm sürecine ilişkin açıklamalarında problem metnindeki ifadelere atıfta bulunarak doğru ve detaylı açıklamalar sunabilmesi dikkat çekmiştir. Bu durumu yansıtan bir görüşme kesiti aşağıda sunulmaktadır.

Araştırmacı: Problem durumundan ne anladığını açıklar mısın?

Hakan: Kapı açıklıklarının uzunluğuna bağlı olarak oluşabilecek hava akımının yorumlanmasını gerektiren bir problem diyebiliriz.

Araştırmacı: Peki, kapı açıklıklarını hesaplamak için hangi bilgilere ihtiyacın olduğunu nasıl belirledin?

Hakan: Problemde 'noktalı yay ile gösterilen şekiller aynı boyuttadır' denilmiş. Aynı zamanda kapı kanatlarının buradaki alanı üç eşit bölüme ayırdığını biliyoruz. Dolayısıyla toplam yay uzunluğunun altıda birini hesaplamamız gerekiyor.

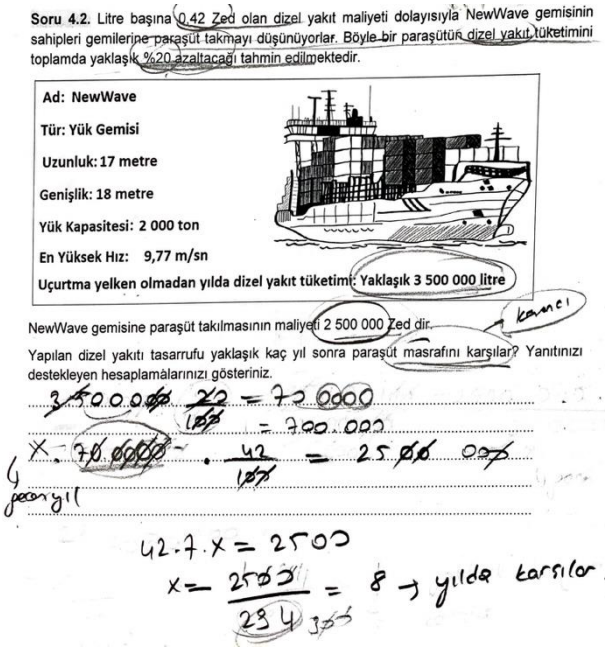
Araştırmacı: Peki, soru kökündeki 'en fazla yay uzunluğu' ifadesini nasıl yorumladın?

Hakan: Yani, her bir açıklık çevrenin altıda birinden fazla olamaz.

Son olarak, Matematiksel İletişim Yeterliği Düzey Belirleme Formu kapsamındaki düzey 1 ve düzey 2 problemlerini doğru yanıtladığı görülen bu katılımcıların söz konusu problemlerin çözümünde, diğer gruplardaki öğretmen adaylarının yukarıda ayrıntılı olarak açıklanan iletişimsel eylemlerinden farklı olarak, problem metnini okuma sürecinde eş zamanlı olarak matematiksel ya da gerçek sonuca ilişkin zihinsel bir model oluşturma eylemini sergileyebilmeleri dikkat çekmiştir. Örneğin Hakan, Fuji Dağı Tırmanışı probleminin birinci soru maddesini okurken soru kökünde belirtilen 'ortalama kaç kişi' ifadesini 'kişi sayısına ilişkin yaklaşık bir değer' olarak anlamlandırdığını ve buna bağlı olarak '1 Temmuz'dan 27 Ağustos'a kadar' ifadesini gün sayısının 56 gün (30+26), 57 gün (30+27) ya da 58 gün (31+27) olarak düşünmenin sonucu değiştirmeyeceği düşüncesi ile hesaplama yapmaya yöneldiğini dile getirmiştir. Bu katılımcılardan Naz ise, Fuji Dağı Tırmanışı probleminin üçüncü soru maddesinde, soru kökündeki 'ortalama adım mesafesini tahmin ediniz' ifadesini 'adım uzunluğunun yaklaşık değeri' olarak anlamlandırdığını ve yaklaşık değeri bulmaya ilişkin bir tahmin stratejisi geliştirmeye yöneldiğini belirtmiştir. Yine, aynı katılımcının Paraşütlü Gemiler probleminin çözüm sürecinde 'dizel yakıt tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar' ifadesinin 'masraf, kazanç ve aradaki fark' şeklinde matematiksel dilde açıklaması ve bu ilişkiyi cebirsel olarak formüle etmeye yönelmesi dikkat çekmiştir. Katılımcının yazılı çözümü Şekil 11'de sunulmaktadır.

Şekil 11

Naz'ın Paraşütlü Gemiler Problemine İlişkin Yazılı Çözümü



Özetle, matematiksel iletişim yeterliği düzey 1 (Beren) ve ağırlıklı düzey-1 (Buket) olan katılımcıların, problem durumundaki bilgilerin doğrudan matematiksel görevle ilişkili olduğu, bilginin sunuluş sırasının görevde ne sorulduğunu anlamak için gereken düşünme sürecini desteklediği ve çözüm olarak kısa bir açıklama ya da hesaplama yazmayı gerektiren problem durumlarında başarılı oldukları görülmüştür. Bu durum, söz konusu katılımcıların matematiksel iletişim yeterliğini ağırlıklı olarak doğrudan bilgi kullanımı ve kısa ifade biçimleri üzerinden işe koştuklarına işaret etmektedir. Bununla birlikte, iletişim yeterliği düzey 2 (Merve ve Tuba) ve ağırlıklı düzey-2 (Defne ve Bilge) olan katılımcıların, problem metninde sunulan bilgilerin matematiksel anlamlarını ortaya koyma, bu bilgiler arasındaki ilişkileri sözlü ya da yazılı olarak ifade etme, matematik dilinde bir açıklama yapma ve sonuca ilişkin bir argümanı sözlü ya da yazılı olarak sunmada başarılı oldukları görülmüştür. Bu bulgu, bu katılımcıların matematiksel iletişim yeterliğini bilgileri ilişkilendirme ve açıklama yapma süreçleriyle birlikte işe koştuklarını göstermektedir. Son olarak, iletişim yeterliği düzey 3 (Hakan) ve ağırlıklı düzey-3 (Naz, Fırat ve Ceren) olan katılımcıların, mantıksal olarak karmaşık ilişkiler içeren birden fazla bileşeni belirleyebilme, aralarındaki ilişkileri anlamlandırabilme ve problemdeki birden fazla ögenin ilişkilendirildiği matematiksel bir kanıt sunma şeklindeki iletişimsel eylemleriyle öne çıktıkları görülmüştür. Bu durum, bu katılımcıların matematiksel iletişim yeterliğini çok yönlü ilişkilendirme ve kanıtlama süreçleriyle bütünleşik biçimde işe koştuklarını ortaya koymaktadır.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Temel matematiksel yeterliklere sahip matematik okuryazarı bireyler yetiştirilmesinde matematiksel iletişimin anahtar rolde olması ve matematik okuryazarı toplum yetiştirmede matematik öğretmenlerinin rolü göz önünde bulundurularak bu araştırmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık problemlerini çözme sürecinde matematiksel iletişim yeterliklerini işe koşma biçimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda toplam 10 ortaokul matematik öğretmen adayının katılımı ile gerçekleştirilen mevcut araştırma kapsamında, adayların farklı iletişim yeterliği düzeylerindeki PISA matematik okuryazarlık problemlerini çözme sürecindeki iletişimsel eylemlerin belirlenmesine yönelik çalışılmıştır. Bununla birlikte, katılımcı öğretmen adayları ile söz konusu problemlere ilişkin yazılı çözümleri üzerinden yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda, ilişkili olduğu matematiksel süreçler (formüle etme, yürütme, yorumlama ve değerlendirme) ve bu süreçlerde işe koşulması beklenen iletişimsel eylemler farklılık gösteren matematik okuryazarlık problemlerinin çözümünde, katılımcı eylemlerinin farklı biçimlerde ortaya çıktığı görülmüştür. Bu sonuç, matematiksel iletişim yeterliğinin problem çözme sürecinde, sürecin doğasına bağlı olarak farklı biçimlerde işe koşulan çok boyutlu bir yeterlik olduğunu ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, iletişim yeterliği düzey 1, ağırlıklı düzey-1, düzey 2 ve ağırlıklı düzey-2 olarak belirlenen öğretmen adaylarının nispeten üst düzey (düzey 2 ve düzey 3) problemlerin çözümündeki temel güçlüklerinin benzerlik gösterdiği görülmüştür. Adaylar nispeten uzun metinlerden oluşan ve çözüm süreci çok aşamalı bu problem durumlarındaki sözel ifade veya görsellerin matematiksel anlamlarını açıklama, problemin amacını ortaya koyma ve çözüm sürecine ilişkin bir açıklama yapma gibi iletişimsel eylemleri sergileyememişlerdir. Bununla birlikte, düzey 1 ve ağırlıklı düzey-1 grubu katılımcıları düzey 3 problemlerini yanıtsız bırakmayı tercih ederken, düzey 2 ve ağırlıklı düzey-2 grubu katılımcıları söz konusu problemlere ilişkin matematiksel bir sonuç elde edebilmek amacıyla ilgili değişkenler arasında birtakım ilişkilendirmeler yapma çabasını yansıtmıştır. Bu sonuç, matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde zihinlerindeki matematiksel

düşünceleri ifade etmede ve bu süreçte kullandıkları stratejileri açık ve net bir biçimde açıklamada güçlük yaşadıkları şeklindeki araştırma sonuçları ile paralellik göstermektedir (Budayasa ve Juniati, 2019; Kıymaz vd., 2019). Ortaokul düzeyinde öğretim yapacak bu öğretmen adaylarının öğrencilerde gelişimini desteklemekle sorumlu olacakları temel bir yeterlik olarak matematiksel iletişimlerindeki eksiklikler dikkat çekmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının bu konudaki mesleki gelişimlerinin desteklenmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır. Bu kapsamda öğretmen eğitiminde, öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliklerini geliştirmeye yönelik olarak mikro öğretim uygulamalarına yer verilmesi, adayların kendi öğretim süreçlerinde iletişimsel eylemleri nasıl yapılandırdıklarını fark etmelerine katkı sağlayabilir. Bu tür yapılandırılmış öğretim uygulamalarının, öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliklerini bütüncül ve süreç odaklı biçimde geliştirmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırmada dikkat çeken bir diğer sonuç, iletişim yeterliği düzey 3 ve ağırlıklı düzey-3 olarak belirlenen öğretmen adaylarının söz konusu problemlerin çözümünde, problemleri basitleştirebilmeleri ve düzey artışı ile karmaşık hale gelen çözüm süreçlerini diğer katılımcılara kıyasla daha sistematik ve matematiksel düşünme biçimlerini yansıtacak şekilde yazılı olarak sunabilmeleri olmuştur. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının iletişim yeterliğinin işe koşulma biçimi bakımından nispeten düşük düzey (düzey 0 ve düzey 1) problemlerin çözümünde, diğer katılımcılardan farklı olarak, problem metnini okuma süreçlerinin eş zamanlı olarak matematiksel ya da gerçek sonuca ilişkin zihinsel bir model oluşumunu desteklediği görülmüştür. Bu noktada öğretmen adaylarının iletişimsel eylemlerinin yeterlik düzeylerine bağlı olarak farklılaşıyor olmasının mevcut araştırma sonuçları ile benzerlik gösterdiği söylenebilir (Zahri ve diğerleri, 2021). Diğer yandan, iletişim yeterliği bakımından üst düzey matematik okuryazarlık problemlerinin bir gerçek yaşam durumunun matematiksel olarak formüle edilmesini gerektirdiği ve madde güçlük düzeylerinin düzey 5 veya düzey 6 olduğu göz önünde bulundurulduğunda, öğretmen adaylarının matematiksel iletişim yeterliğini işe koşmadaki güçlük ya da başarılarının sahip oldukları matematiksel konu alanı bilgisi ile ilişkili olduğu düşünülebilir. Nitekim formüle etme sürecinde problem çözücü, problem durumunda verilenleri ve ilişkileri gerçek yaşam bağlamında belirlemekte ve kavramsal bilgisini kullanarak matematiksel olarak formüle etmektedir (Stacey ve Turner, 2015). Yine, düzey 5 ve düzey 6 problemlerinde öğrencilerin verilen karmaşık durumları modelleyebilmesi, farklı bilgi ve temsiller arasında ilişkilendirme ve geçişler yapabilmesi, matematiksel eylemleri üzerinde yansıtıcı düşünebilmesi ve üst düzey matematiksel akıl yürütmesi beklenmektedir (OECD, 2019). Bu doğrultuda, matematiksel iletişim yeterliği ve kavramsal anlama ilişkisinin incelenmesine yönelik araştırmalar yürütülmesi önerilebilir.

Mevcut araştırmanın doğrudan bir odağını oluşturmamakla birlikte araştırma sonucunda dikkat çeken bir durum, iletişim yeterliği düzey 3 ve ağırlıklı düzey-3 olarak belirlenen öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık problemlerinin çözümünde diğer katılımcılardan farklılık gösteren muhakemeleri olmuştur. Nitekim bu katılımcıların matematiksel hesaplamalarında tahmin ve yuvarlama yapma gibi becerileri işe koşmaları ve aritmetiksel muhakemenin yanı sıra cebirsel muhakemeye dayalı çözüm süreçleri dikkat çekmiştir. Akıl yürütme/muhakeme, iletişim, temsil, matematiksel dil ve işlemleri kullanma gibi temel matematiksel yeterliklerin her birinin birbirleriyle yakın ilişkili olduğu (Niss ve Højgaard, 2019) düşünüldüğünde, iletişim yeterliği üst düzey katılımcıların muhakeme becerilerini işe koşmadaki farklılıkları anlamlı bulunabilir. Bununla birlikte, söz konusu durumun matematiksel iletişim ve matematiksel muhakeme yeterlikleri ilişkisinin kapsamlı olarak inceleneceği çalışmalara duyulan ihtiyacı ortaya koyduğu düşünülmektedir.

Son olarak, mevcut araştırma sonuçları, araştırmanın bir sınırlılığı olarak, PISA matematik okuryazarlık problemlerinin çözüm sürecine ilişkin elde edilen verilere dayalıdır. Bu nedenle, benzer araştırmaların matematiksel modelleme görevleri veya beceri temelli problemlerin kullanılmasıyla farklı bağlamlarda yürütülmesi önerilebilir. Yine, mevcut araştırmanın katılımcılarını son sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan ortaokul matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Farklı sınıf düzeylerinden ve daha fazla sayıda öğretmen adayının katılımıyla benzer çalışmalar gerçekleştirilerek karşılaştırmalı incelemeler yapılabilir.

Çatışma Beyanı

Yazarın beyan edeceği bir çıkar çatışması yoktur.

Kaynakça

Ata-Baran, A. (2019). Matematiksel İletişim Yeterliği. T. Kabael (Ed.), *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* (2.Baskı) içinde (s.107-142), Ankara: Anı Yayıncılık.

Ata-Baran, A., & Kabael, T. (2023). An investigation of eighth graders' mathematical communication competency and mathematical literacy performance. *The Journal of Educational Research, 116*(4), 216-229, DOI: 10.1080/00220671.2023.2250752

Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA], (2025). *Australian Curriculum.* https://www.australiancurriculum.edu.au/curriculum-information/understand-this-learning-area/mathematics adresinden 15.10.2025 tarihinde erişilmiştir.

Bıkmaz-Bilgen, O., & Dogan, N. (2017). The comparison of interrater reliability estimating techniques. *Journal of Measurement and Evaluation in Education and Psychology, 8*(1), 63–78.

Budayasa, I. K., & Juniati, D. (2019). The influence of cognitive style on mathematical communication of prospective math teachers in solving problems. *Journal of Physics: Conference Series, 1417.* doi:10.1088/1742-6596/1417/1/012056

Chen, Y., Xu, B., & He, Q. (2021). Chinese eighth graders' competencies in mathematical communication. In B. Xu, Y. Zhu, & X. Lu (Eds.), *Beyond Shanghai and PISA* (pp. 255-274). Springer.

Creswell, J. W. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Hirschfeld-Cotton, K. (2008). Mathematical communication, conceptual understanding, and students' attitudes toward mathematics. *Action Research Projects, 4.* https://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/4

Kholid, M. N., Aulia Dewi, R. S., Tong, D. H., Wijaya, A. P., & Maharani, S. (2024). Problem solving in three-dimensional geometry: How are preservice mathematics teachers mathematical communication characteristics? *Asian Journal of University Education (AJUE), 20*(2), 393-411.

Kıymaz, Y., Kartal, B., & Morkoyunlu, Z. (2020). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*(1), 205-227.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıf) öğretim programı.* Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2023). *PISA 2022 OECD Ülke Raporu- Türkiye.* https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_03/21120745_26152640_pisa2022_rapor.pdf adresinden 15.10.2025 tarihinde erişilmiştir.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5,6,7 ve 8.sınıflar)*, Ankara. https://tymm.meb.gov.tr/ogretim-programlari/ortaokul-matematik-dersi adresinden 15.10.2025 tarihinde erişilmiştir.

Ministry of Education of the People's Republic of China [MOE]. (2022). *Mathematics curriculum standards for compulsory education (2022 version).* Beijing, China: Beijing Normal University Press.

Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics, 102*(6), 9-28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Niss, M., & Jankvist, U. T. (2022). On the mathematical competencies framework and its potentials for combining and networking with other theories and theoretical constructs. In U. T. Jankvist, & E. Geraniou (Eds.), *Mathematical Competencies in the Digital Era* (pp. 15–38). Springer.

Ontario Ministry of Education (2020). *The Ontario Curriculum Grades 1-8: Mathematics.* https://www.dcp.edu.gov.on.ca/en/ adresinden 15.10.2025 tarihinde erişilmiştir.

Organization for Economic Co-operation and Development. (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework.* OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

Organization for Economic Co-operation and Development. (2025). *OECD Teaching Compass: Reimagining Teachers As Agents Of Curriculum Change.* OECD Publishing, Paris.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative evaluation and research methods* (3rd ed.). SAGE Publications.

Rohid, N., Suryaman, S., & Rusmawati, R. D., (2019). Students' mathematical communication skills (MCS) in solving mathematics problems: A case in Indonesian Context. *Anatolian Journal of Education, 4*(2), 19–30. https://doi.org/10.29333/aje.2019.423a

Singapore Ministry of Education. (2019). *Mathematics syllabus: Secondary one to four.* https://www.moe.gov.sg/-/media/files/secondary/syllabuses/maths/2020-express_na-maths_syllabuses.pdf

Smith, M., & Stein, M. K. (2011). *Practices for orchestrating productive mathematics discussions.* National Council of Teachers of Mathematics.

Stacey, K., & Turner, R. (2015). The evolution and key concepts of the PISA mathematics framework. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp. 5–33). Springer.

Sulistyawati, E., & Radite, R. (2024). Mathematical communication of preservice mathematics teachers in solving gender-biased higher-order thinking skills problems. Indonesian *Journal of Science and Mathematics Education, 7*(2), 234-251. http://dx.doi.org/10.24042/ijsme.v7i2.19636

Turner, R., Blum, W. & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. K. Stacey ve R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* içinde (s. 85-115). New York, NY: Springer.

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6th ed.). SAGE Publications.

Zahri, M., Budayasa, İ. K., & Lukito, A. (2021). Analysis of students' mathematical communication ability in solving mathematical problems. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists, 9*(3), 277-282. https://doi.org/10.17478/jegys.819995

Extended Abstract

Introduction

A fundamental aim of contemporary mathematics education is to equip students with the skills necessary to solve complex, real-world problems they are likely to encounter in their future lives. In this context, many countries, such as Australia, China, and Denmark have adopted a competency-based approach in their education policies, going beyond mere acquisition of knowledge, and have conducted studies emphasizing the importance of mathematical proficiency and fundamental mathematical competencies in mathematics education. However, Chen et al. (2021) emphasized the importance of mathematical communication as a key component underlying many fundamental mathematical competencies, such as reasoning, modeling, and making connections.

Mathematical communication competency is a fundamental requirement in curriculum standards in many countries (e.g., Ministry of Education of the People's Republic of China, 2022; Ontario Ministry of Education, 2020). Similarly, the PISA mathematical literacy framework identifies seven fundamental mathematical competencies that underpin mathematical literacy in practice, one of which is "communication". The OECD (2019) has defined mathematical communication as the process of students' making sense of mathematical problem situations and presenting the solution, and perhaps an explanation or justification to others.

The role and significance of mathematical communication in supporting students' mathematical thinking and problem solving skills have been widely emphasized in the literature (Ata-Baran, 2023; Hirschfeld-Cotton, 2008; Rohid et al., 2019). At this point, it is essential for in-service and prospective mathematics teachers to be able to design learning environments in which students can clearly express their mathematical ideas and thinking processes both verbally and in writing, and engage in mathematical discussions based on these ideas (Smith & Stein, 2011). Consequently, the knowledge and competencies related to mathematical communication among in-service and prospective mathematics teachers have become increasingly important. However, the relevant literature includes only a limited number of studies examining the mathematical communication competencies of prospective mathematics teachers (e.g., Kıymaz et al., 2019; Sulistyawati & Radite, 2024; Zahri et al., 2021). Thus, the present study aimed to examine how prospective mathematics teachers employ their mathematical communication competencies in the process of solving mathematical literacy problems.

Method

The present study was designed as a qualitative study and case study method was used. In the participant selection process, the study was conducted with 30 prospective middle school mathematics teachers who had successfully completed the course 'Communication in Mathematics Classrooms,' which was initially offered as an elective senior-level course by the author. The Mathematical Communication Competency Level Assessment Form, developed by the author, was administered to these 30 prospective teachers. The form included PISA 2012 mathematics problems which differentiated between mathematical communication competency levels 0 and 3. The data obtained were analyzed quantitatively. The prospective teachers were grouped according to their communication competency levels based on their correct answers to mathematical literacy problems. After determining the distribution of the 30

prospective teachers among these groups, the main participants were selected to ensure that each competency level was represented by at least one participant. Thus, the main participants in the present study consisted of 10 prospective middle school mathematics teachers.

During the data collection process, one-on-one, face-to-face semi-structured interviews were conducted with the participating prospective teachers to thoroughly examine how they employed their mathematical communication competencies in the process of solving mathematical literacy problems. Each interview lasted approximately 30 minutes and was audio-recorded. The data obtained from the semi-structured interviews were analyzed qualitatively using a deductive approach (Patton, 2002). In this context, the mathematical processes related to mathematical literacy problems (i.e., formulate, employ, interpret, and evaluate) and the ways in which mathematical communication competencies were applied within these processes were taken into consideration.

Findings

It was observed that prospective teachers whose communication competency level was level 1 and level weighted-1 had difficulties in performing communicative activities such as linking multiple components that need to be related, explaining the relationships among them, identifying the purpose of the problem based on the mathematical meanings of expressions in the problem text, and providing descriptions or explanations of the solution process.

The prospective teachers, whose communication competency level was level weighted-2 or above, made an effort to make sense of statements, figures or images related to the real-life situation in the problem. Accordingly, these participants were relatively more successful in presenting purposeful associations between significant variables in the problem orally or in writing.

Conclusion and Discussion

The research findings revealed that prospective teachers classified as communication competency level 1, weighted level 1, level 2, and weighted level 2 exhibited similar fundamental difficulties in solving relatively high-level (level 2 and level 3) problems. The prospective teachers were unable to demonstrate communicative actions such as explaining the mathematical meanings of verbal expressions or visuals in these problem situations – characterized by relatively long texts and multi-step solution processes – identifying the purpose of the problem, and providing explanations of their solution processes. This result is consistent with existing research indicating that prospective mathematics teachers experience difficulties in expressing their mathematical thoughts during the problem-solving process and in clearly and explicitly explaining the strategies they employ throughout this process (Budayasa & Juniati, 2019).

Another remarkable finding of the study was that prospective teachers classified as communication proficiency level 3 and weighted level 3 were able to simplify the problems and present the increasingly complex solution processes in writing in a more systematic and mathematically coherent manner compared to the other participants. It can be said that the variation in prospective teachers ' communicative actions across different proficiency levels is consistent with existing research findings (Zahri et al., 2021). On the other hand, considering that high-level mathematical literacy problems, in terms of communicative competency, require

the mathematical formulation of a real-life situations and that their item difficulty levels are level 5 or level 6, it can be inferred that prospective teachers' difficulties or successes in applying their mathematical communication competencies are related to their mathematical content knowledge.

Statement of Conflict of Interest

The author of this study have no financial or personal conflict of interest with any institution or organization.